

# Axiomatikus világok

Kasza Péter

2011. január 28.

## 1. Bevezető

*„Ne számokat adj; szemléletet!”*

Dávid Hubert

A fizikusok évszázadok óta fordulnak segítségért a matematika tudományához. Nemcsak a kényes számítások szükségessége miatt, hanem a kísérletek eredményeinek megértése céljából is. Nehéz fizikai szemmel értelemezni a matematikai elméleteket, hiszen nincs a fizikához köthető, kézzel fogható alapja az állításoknak. Hilbert például úgy jellemezte a matematikát, mint „egy papíron, egyszerű szabályok szerint, értelmetlen jelekkel játszott játékot”.

A fizikalista filozófia szemlélet szerint, minden matematikai elmélet a fizikai valóság része, hiszen valamilyen fizikai rendszerben testesül meg. Ezen szemlélet alapján, a matematikára ugyanazok a szabályok érvényesek mint a fizikára. Vegyük észre, hogy ez a szemlélet feltételezi, hogy az intelligencia pusztán fizikai folyamatok eredménye, valamint, hogy a matematikai elméletek teljes egészében részei a valóságnak és nem csupán kivételülései egy formális világban létező objektumnak.

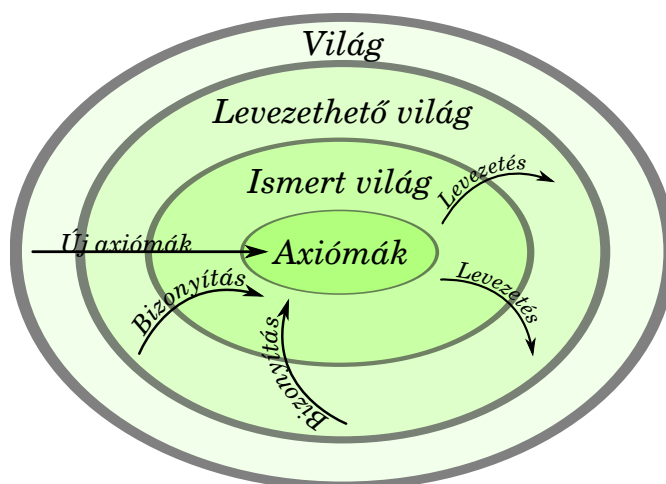
Ha megengedjük magunknak, azt a könnyedséget hogy minden matematikai elmélet reprezentálható fizikai rendszerben; a matematika még akkor is bizonyos előnyöket élvez, hiszen a matematikai axiómarendszerek nem kötöttek, rugalmasan, a céljaink megfelelően változtathatók; bővíthetők. Ezen felül az elméletet reprezentáló fizikai rendszerről feltehető, hogy olyan fizikai folyamatokra épül, amik valószínűségi szempontból stabilak; nagy valószínűséggel adják vissza a helyes elméletet. Ez azonban a levezetéseket végző gépről is feltehető. Így a levezetés eredménye is nagy valószínűséggel helyes lesz. Vessük össze ezt egy időben lassan változó fizikai folyamattal, melynek a tulajdonságai apránként megváltoznak. Adott időpillanattól függően alkothatunk más és más elméletet a folyamat működéséről, továbbá, mint minden fizikai elmélet esetén; sohasem lehetünk teljes mértékben bizonyosak az eredményekkel kapcsolatban. Mi történik, ha a változás 10, 100, akár 1000 év alatt megy végbe?

## 2. Axiomatikus világ

A matematika egy eszköz a gondolataink formális megfogalmazására. A fizikai valóságot is egy „matematikai” modellel közelítjük. A matematika egy absztrakt világot próbál meg megismerni, amelynek az alapszabályait, axiómáit mi alkottuk meg. Ezen világot csak levezetések és a bizonyítások sorozatán keresztül ismerhetjük meg. A levezetésekkel az alap axiómákból kiindulva próbálunk meg új tulajdonságokat felfedezni, amíg egy belső meglátásunkat az axiómákra történő visszavezetéssel, bizonyítással tudjuk ellenőrizni. Azonban ez a visszavezetés nem mindig sikerül. Sőt a Gödel

tétel állítása szerint bármely konzisztens axióma rendszerben léteznek igazolhatatlan, és cáfolhatatlan igazságok. Ilyenkor általában a legfontosabb tulajdonságok bizonyíthatóságát szemelőtt tartva, szokásos addig bővíteni az axióma rendszert, amíg csak lehet; a konzisztenciát megőrizve.

Fontos kérdés a (bizonyítható) matematikai állítások örökérvényűsége. Véleményem szerint maga a kérdés is ellentmondásos, hiszen, ha az axiómákat ismerjük akkor az állítás igazolható; cáfolható. Ha nem létezik olyan intelligencia, gépezet amely értelmezni tudná a kérdést, akkor mi értelme van feltenni? Nem lesz senki és semmi ami megválaszolná. Az elmélet létezése tehát az azt értelmezni képes intelligencia létezéséhez kötött. Ha ilyen intelligencia létezhetett, akkor annyit állíthatunk, hogy az elmélet is létezhetett. A fizikai rendszerekkel kapcsolatban sem állíthatunk ennél többet. Amíg egy tényről nem rendelkezünk információval, addig azt úgy kezelhetjük, hogy egyszerre tekintjük igaznak, és hamisnak is.

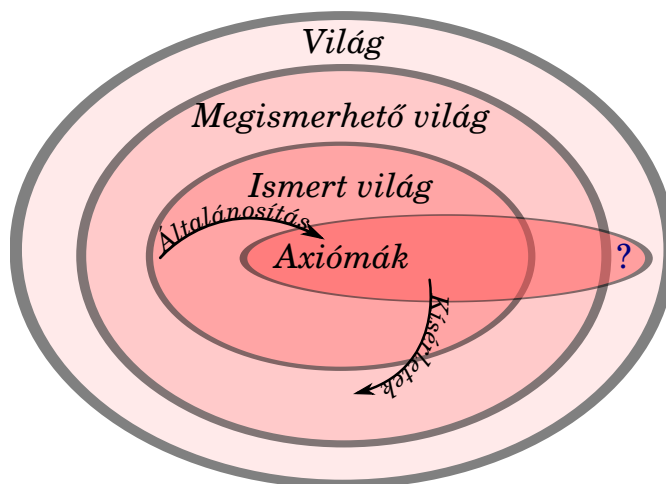


1. ábra. A matematika világmodellje

A matematikával ellentétben a fizikában már egy meglévő axiómarendszert szeretnénk megismerni, vagy legalábbis egy jó — és konzisztens — közelítést adni rá. Az axiómarendszer megismeréséhez tapasztalások sorozatán át vezet az út.

Természetesnek tűnik, hogy a világ minden részletét nem ismerhetjük. A világot mindenki a saját szemszögéből képes csak megismerni. Ez azonban a fizika, mint tudomány számára problémát okoz, hiszen a teljes valóság helyett, annak csak egy részletét vizsgálhatjuk, így gyakran csak találgathatunk a világot felépítő axiómákat illetően. A megfigyelők különböző véleménye még nem is okozna nagy gondot, hiszen, ha feltételezzük, hogy az érzékelés folyamata legalább kis mértékben más közöttük, — azaz nem minden ember érzékelése torzítja el azonos módon a világról

alkotott képet — akkor már valószínűségi alapokon jó eredményt kapunk. Azonban előfordulhat, hogy a megismerhető világ és a teljes világ nem ugyanaz a fogalom. A fizikában bármely konzisztens elmélet ugyanannyira létjogosult.



2. ábra. A fizika világmodellje

Több konzisztens elmélet közül melyiket válasszuk? Célszerű a machi elveket követni, hiszen miért is foglalkoznánk egy bonyolultabb elmélettel, ha azt egy egyszerűbb is tökéletesen leírja.

Mi a helyzet, ha a világunk nem axiomatikus? Ha világról alkotott axiomatikus közelítés messze esik a valóságtól, akkor csak a fizikai tényeket írjuk le, de nem kapunk valódi válaszokat. Arra számítunk, hogy a közelítés közel van a valósághoz, mivel ellentekző esetben igen gyakran kellene változtatni a modellünkön. Sajnos még így is csak annyit állíthatunk, hogy az elmélet, a tapasztalatainknak megfelelő állításokat tartalmaz.

Hogyan hat a fizikai világra a Gödel tétel? Ha a világ axiomatikus rendszer akkor, a világnak tartalmaznia kell nem megmagyarázható jelenségeket, vagy pedig léteznie kell inkonzisztenciának. Mi lehet egy ilyen inkonzisztencia? Inkonzisztencia akkor lép fel, ha létezik egy olyan axiómapár, amelynek tagjai egymás logikai ellentettjei. Talán a késleltetett választásos kvantumradír kísérlet ellentmondásos eredményét is egy ilyen axiómapár adja.